

САДЫКОВА КЕЛБЕТ КУРМАНОВНА
Оператор свертки в пространствах гладких функций

Аннотация диссертации на соискание степени доктора философии (PhD) по специальности 6D060100 — Математика

Структура и объем диссертации. Диссертационная работа состоит из введения, трех разделов (каждый раздел состоит из пунктов), заключения и списка использованной литературы. Общее количество страниц - 71.

Количество иллюстраций, таблиц, использованных литературных источников. Количество использованных источников - 52.

Ключевые слова. Оператор свертки, анизотропные пространства Лоренца, анизотропные пространства Соболева, Никольского-Бесова, Лизоркина-Трибеля.

Актуальность темы. Условия ограниченности оператора свертки хорошо исследованы в пространствах Лебега и Лоренца. Для пространств гладких функций, особенно для анизотропных пространств, этот вопрос недостаточно изучен.

В настоящей работе изучаются условия ограниченности оператора свертки в пространствах гладких функций, как анизотропные пространства Трибеля-Лизоркина, Соболева, Никольского-Бесова. Под анизотропным пространством мы понимаем пространство функций, имеющих разные дифференциальные и метрические свойства по каждой переменной.

Актуальность темы диссертации, объясняется тем, что на данный момент изучен большой цикл задач оценки нормы оператора свертки для изотропных пространств Соболева и Никольского-Бесова с доминирующей смешанной производной. Результаты этих исследований активно используются при решении краевых задач уравнений математической физики, а также при сжатии и восстановлении информации. В указанных исследованиях на функциональные пространства наложено условие анизотропии по гладкостной характеристике и изотропия по метрической характеристике функций.

Цель работы. Получить условия ограниченности оператора свертки для пространств гладких функций: анизотропных пространств Соболева, Никольского-Бесова, Трибеля-Лизоркина.

Задачи исследования:

1. Исследовать новые анизотропные пространства гладких функций.
2. Исследование условий ограниченности оператора свертки в анизотропных пространствах Лоренца.
3. Исследование интерполяционных свойств анизотропных пространств.
4. Исследование условий ограниченности оператора свертки в анизотропных пространствах Никольского-Бесова.
5. Исследование условий ограниченности оператора свертки в анизотропных пространствах Лизоркина-Трибеля.

Методы исследования. В диссертации используются методы теории интерполяции анизотропных пространств, а также в работе применяются

методы теории функциональных пространств, методы функционального анализа, методы и неравенства гармонического анализа.

Объектами исследования являются – оператор свертки, анизотропные пространства Лоренца, анизотропные пространства с доминирующей смешанной производной Соболева, Никольского-Бесова, Трибеля-Лизоркина.

Научная новизна и практическая ценность работы.

1. Исследованы и получены неравенства типа Юнга-О'Нейла в анизотропных пространствах Лоренца.

2. Для пространств Соболева с доминирующей смешанной производной получен аналог неравенства Юнга, а именно доказаны соотношения вида $W_p^\gamma * W_r^\beta \hookrightarrow W_q^\alpha$ при выполнении соответствующих условий на параметры.

3. Получен аналог теоремы О'Нейла для шкалы пространств Никольского-Бесова $B_{p,q}^\alpha$, где α, p, q — векторные параметры. Эти результаты дополняют результаты Батырова и Буренкова, где рассматривались подобные задачи в изотропных пространствах Никольского-Бесова, т.е. в пространствах, где параметры являются скалярами.

4. Получен аналог теоремы О'Нейла для шкалы пространств Трибеля-Лизоркина $F_{p,\tau}^{\alpha,q}$, т.е. соотношения вида $F_{r,\mu}^{\beta,\eta} * F_{h,v}^{\gamma,\xi} \hookrightarrow F_{p,\tau}^{\alpha,q}$, при соответствующих соотношениях векторных параметров.

5. Получены условия в терминах соответствующих векторных параметров $\alpha, p, q, \tau, r, \mu, \beta, \eta, h, v, \gamma, \xi$, являющиеся необходимыми и достаточными условиями для вложений $B_{r,\mu}^{\beta,\eta} * B_{h,v}^{\gamma,\xi} \hookrightarrow B_{p,\tau}^{\alpha,q}$. В частности, из доказанных результатов следует классическое неравенство О'Нейла. Полученный критерий обобщают результаты Буренкова и Батырова, которые рассмотрели данную задачу в пространствах Никольского-Бесова со скалярными параметрами.

Работа носит теоретический характер, их научная значимость обусловлена применением глубоких, современных математических результатов. Использованные методы и полученные результаты могут быть применены для дальнейшего исследования условий ограниченности оператора свертки, в теоремах вложения функциональных пространств. Кроме того, результаты могут быть использованы при решении краевых задач для уравнений математической физики и чтении специальных курсов по теории гармонического анализа.

Положения, выносимые на защиту.

1. Неравенства типа О'Нейла для анизотропных пространств Лоренца.
2. Пример, показывающий точность результата неравенств типа О'Нейла для анизотропных пространств Лоренца.

3. Оценки нормы оператора свертки в анизотропных пространствах Бесова с доминирующей смешанной производной.

4. Аналог теоремы О'Нейла для шкалы пространств Трибеля-Лизоркина.

5. Необходимые и достаточные условия для вложений $B_{r,\mu}^{\beta,\eta} * B_{h,v}^{\gamma,\xi} \hookrightarrow B_{p,\tau}^{\alpha,q}$.

Опубликованные результаты работы

По материалам диссертационной работы опубликовано 11 научных работ, из них: 1 статья – в рецензируемом научном журнале, входящем в базу данных Web of Science и Scopus, 3 статьи – в журналах, входящих в перечень, рекомендуемый ККСОН МОН РК, а также участвовала в 7 международных научных конференциях.